

УДК 165.0

DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-3-17-28

Аксиоматизация дисквотационной теории истины и аргумент неконсервативности

А. В. Хлебалин

*Институт философии и права СО РАН
Новосибирск, Россия*

Аннотация

Исследуются возможности аксиоматической формулировки дисквотационной теории истины в перспективе общего аргумента С. Шапиро о несостоятельности дефляционной концепции истины ввиду неконсервативности расширения Арифметики Пеано с добавлением дефляционной теории истины. Показано, что в обобщенной своей формулировке аргумент С. Шапиро не может автоматически распространяться на любое аксиоматическое представление дисквотационной теории. Показано, что ключевым для построения адекватной аксиоматической дисквотационной теории является эпистемологическое обоснование допустимого класса подстановок для Т-схемы.

Ключевые слова

дефляционизм, аксиоматические теории истины, дисквотационализм

Для цитирования

Хлебалин А. В. Аксиоматизация дисквотационной теории истины и аргумент неконсервативности // Сибирский философский журнал. 2019. Т. 17, № 3. С. 17–28. DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-3-17-28

© А. В. Хлебалин, 2019

Axiomatics for Disquotational Truth Theory and Non-Conservativity Argument

A. V. Khlebalin

*Institute of Philosophy and Law SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

Abstract

The paper considers the possibilities for the axiomatization of disquotational truth theory in perspective of the general S. Shapiro's non-conservative argument against deflationary concept of truth. It shows that in a generalized formulation, Shapiro's argument cannot be automatically extended to any axiomatic formulation of the disquotational theory. It also shows that the epistemological justification of the suitable class of substitutions for the T-scheme is the key to constructing an adequate axiomatic disquotational theory.

Keywords

deflationism, axiomatic truth theories, disquotationalism

For citation

Khlebalin A. V. Axiomatics for Disquotational Truth Theory and Non-Conservativity Argument. *Siberian Journal of Philosophy*, 2019, vol. 17, no. 3, p. 17–28. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-3-17-28

Применение формально-логических средств к исследованию понятия истины привело к получению невероятно важных результатов, игнорировать которые не может ни она философская теория истины. Эти результаты представляют собою тесное переплетение формально-логических методов и философских допущений, причем выявление последних порою представляется нетривиальной задачей. Наиболее ярким примером этому являются дебаты вокруг требования консервативности расширения, сформулированного С. Шапиро в качестве аргумента против дефляционной теории истины.

Согласно дефляционному подходу, понятие истины лишено какого-либо содержания и выполняет исключительно логические функции; изложение такой позиции сторонник дефляционизма находит в работах А. Тарского: «Мы можем принять [семантическую] концепцию истины без изменения наших философских принципов; мы могли бы оставаться наив-

ными реалистами, критическими реалистами или идеалистами, эмпирицистами или метафизиками – кем бы мы ни были прежде. Эта концепция нейтральна по отношению ко всем таким проблемам» [Tarski, 1944. P. 362]. Несмотря на то, что обсуждение редкой философской проблемы обходится без апеллирования к понятию истины, с точки зрения дефляционизма такие традиционные споры напоминают, по выражению Л. Хорстена [Horsten, 2009. P. 557], «баллоны аэростата» – дискуссии обширны, но содержания в них мало. Одной из причин такой ситуации является то, что, в отличие от других разделов философского знания, проблематика истины связана исключительно с языком, в сравнении, например, с онтологией, имеющей дело с сущностями, обладающими, предположительно, внеязыковой природой.

Отрицая за проблемой истины способность внести вклад в решение философских проблем эпистемологии или метафизики, ограничивая сферу связанных с ней проблем исключительно языком, дефляционная позиция трактует предикат истины как бессодержательный не только в указанном отношении, но и в аспекте ее функционирования в языке. В общем виде, понятие истины подобно не столько реальному предикату, сколько логической связке, вроде отрицания, в которых не стоит искать никакого метафизического содержания. Эта общая всем сторонникам дефляционизма позиция предопределяет представления о том, в чем должно заключаться приемлемое решение проблемы истины: оно не может состоять в экспликации природы свойства, обозначаемого предикатом истины, а может быть лишь экспликацией его функций в языке. Для подавляющего большинства сторонников дефляционной теории значение слова «истинно» было разъяснено семантической теорией А. Тарского. Т-предложение А. Тарского полностью эксплицирует значение понятия истины: зная Т-предложения, мы знаем «все, что может быть сказано об истине» [Williams, 1988. P. 424]. Схема эквивалентности А. Тарского характеризует условия применимости понятия истины в потенциально бесконечных случаях.

Трактуя схему эквивалентности А. Тарского как некоторый предельный уровень экспликации понятия истины, дефляционизм абсолютизирует

функцию раскавычивания, играющую центральную роль уже на этапе построения частичного определения истинности по Тарскому. Эта абсолютизация лежит в основании дисквотационной версии дефляционного подхода. Наиболее ярким его представителем является У. Куайн, выразивший в присущей ему афористической манере основное положение дисквотационализма: «Истина есть раскавычивание». В случае дисквотационной версии дефляционизма основной функцией предиката истины признается функция семантического восхождения, позволяя посредством наложения кавычек на предложения подниматься на уровень выше в семантической иерархии. Другими словами, предикат истины интерпретируется в качестве средства, позволяющего связывать предложение и термин, и наоборот: налагая кавычки на предложение, мы получаем термин, снимая их – восстанавливаем предложение. В случае наложения кавычек, предложение становится объектом, и вместо произнесения самого предложения мы можем посредством кавычек представить его в качестве объекта и приписать ему свойство истинности. Именно в обеспечении возможности такой процедуры и состоит основная функция понятия истины, согласно дисквотационной версии дефляционной программы. Трактовка предиката истины как инструмента раскавычивания приближается к трактовке утверждения предложения и приписывания ему истинности с наложением кавычек к логической эквивалентности.

Дефляционная трактовка функций предиката истины как исключительно логических предполагает, что понятие истины не вносит никакого вклада в теоретико-доказательную силу теории. В более точной формулировке это убеждение выражается в качестве требования консервативности расширения исходной теории при добавлении к ней предиката истины. Если дефляционная трактовка понятия истины справедлива, то реализация логических функций предикатом истины при добавлении его в исходную теорию не должна привести к неконсервативности расширения. В противном случае мы столкнемся с явной демонстрацией несостоятельности дефляционизма. Именно на этом настаивает С. Шапиро (см.: [Shapiro, 1998]), инициировавший обсуждение связи дефляционизма с требованием консервативности. Именно неконсервативность расширения теории с пред-

катом истины является, согласно С. Шапиро, основным аргументом в пользу несостоятельности дефляционной позиции: «Дефляционист утверждает, что у истины нет глубинной природы и она не выражает подлинного свойства, тогда как логик замечает, что данная формальная теория A_1 богаче теории A_2 только потому, что A_1 обладает ресурсами для определения понятия истины для A_2 . Как метафизически “тонкое” понятие может выступать безошибочным индикатором теоретико-доказательной силы?» [Shapiro, 2003. P. 103].

Рассмотрим более подробно связь между функцией обобщения, реализуемой предикатом истины, и требованием неконсервативности расширения теории при его добавлении в ее словарь. Пусть A будет теорией, сформулированной в формальном языке L , а A' будет расширением A в расширенном языке L' . Тогда A' окажется консервативным расширением A , если для каждого предложения Φ исходного языка L , справедливо следующее: если Φ является следствием A' , тогда Φ является следствием A .

Понятие консервативности зависит от принимаемой нами логики: если мы используем первопорядковую, – а именно ее средствами стремятся построить теорию истины – или любую другую полную, систему, то консервативность расширения можно представить следующим образом: A' является консервативным расширением A , если и только если для любого предложения Φ языка L , если $A' \vdash \Phi$, тогда $A \vdash \Phi$.

Допустим, наш исходный язык L содержит термины, указывающие на натуральные числа, и не включает предикат истины (или выполнимости), а язык L' получен путем включения в L предиката истины T (или выполнимости). Пусть B будет исходной теорией, которая включает в себя формальную систему Арифметики Пеано в той степени, которая позволяет применить к теории B первую теорему о неполноте. Это обеспечивает возможность B выступать, посредством гёделевой нумерации, в качестве теории синтаксиса. В частности, B позволяет адекватно интерпретировать предикаты, вроде «является кодом предложения языка L », «является кодом формулы языка L с одной свободной переменной». Мы допускаем, что

первопорядковые переменные L пробегает исключительно по натуральным числам. Это допущение и использование гёделевой нумерации – единственные находящиеся в нашем распоряжении средства. Представленная теория B включает в себя все примеры схемы индукции:

$$[\Phi(0) \& \forall x (\Phi(x) \rightarrow \Phi(sx))] \rightarrow \forall x \Phi(x), \quad (1)$$

где Φ является формулой первоначального языка L . Если мы имеем дело с первопорядковой логикой, как в нашем случае, то обычно каждый пример схемы индукции берется в качестве аксиомы, и в этом случае B не будет конечно аксиоматизируемой.

Теперь рассмотрим четыре способа расширить теорию B так, чтобы она включала теорию истины для исходного языка L . Все полученные теории будут формулироваться в языке L' , который включает предикат истины T для (кодов) предложений исходного языка L . Удовлетворительная теория истины (см.: [Tarski, 1944]) должна содержать каждый пример схемы истины:

$$Tn \equiv \Phi, \quad (2)$$

где Φ является предложением исходного языка L , а n – номером, который обозначает код предложения Φ .

Первый из четырех способов расширения исходной теории B заключается в добавлении к ней каждого примера схемы истины (2), где Φ – предложение исходного языка L . Иначе говоря, мы просто берем каждый пример схемы истины в качестве аксиомы и ничего более. Такая трактовка истины соответствует дисквотационной теории истины; обозначим полученную теорию B_d . Предполагается, что схема индукции (1) в B_d не включает формул, содержащих предикат истины, так как их не было в исходном языке. Второе расширение теории B мы получаем посредством расширения B_d так, чтобы схема индукции распространялась на формулы расширенного языка L' , содержащие предикат истины. Обозначим полученную теорию B_d^+ .

Третий способ расширения нашей исходной теории B заключается в том, чтобы добавить к ней индуктивные выражения, определяющие ис-

тину в духе Тарского. Полученную теорию обозначим B_T . Например, $\text{Conj}(p, m, n)$ является формулой L , утверждающей, что p представляет собой код конъюнкции предложений, кодами которых будут m и n . Следующее выражение будет теоремой B_T :

$$\forall x \forall y \forall z [\text{Conj}(x, y, z) \rightarrow (Tz \equiv (Tx \& Ty))].$$

Так же, как в случае B_d , B_T не включает формулы, содержащие предикат истины. Наконец, четвертая теория, B_T^+ получается из B_T в результате распространения схемы индукции на формулы из расширенного языка L' , т. е. в B_T^+ мы можем распространить схему индукции на формулы, содержащие предикат истины.

Пусть $Ax(m)$ будет формулой языка L , утверждающей, что m является аксиомой исходной теории B ; формулой языка L будет являться формула, утверждающая, что p является кодом результата применения правила вывода к формулам, закодированным m и n . И пусть $\text{Bew}(m)$ будет формулой L , утверждающей, что закодированная с помощью m формула находится в последовательности формул, каждая из которых является либо аксиомой, либо следует из предшествующей в последовательности формулы на основе правил вывода.

Расширенный язык L' имеет ресурсы для выражения следующих обобщений в отношении исходной теории:

$$\forall x (Ax(x) \rightarrow Tx), \quad (3)$$

т. е. позволяет утверждать, что аксиомы B истинны;

$$\forall x \forall y \forall z [(I - \text{Inf}(x, y, z) \& Tx \& Ty) \rightarrow Tz], \quad (4)$$

т. е. выразить обобщение о том, что правила вывода сохраняют истинность;

$$\forall x (\text{Bew}(x) \rightarrow Tx), \quad (5)$$

т. е. утверждает, что теоремы B истинны.

Теперь можно подвести итог: изменяет ли выразительную силу исходной теории B описанные четыре способа ее расширения через добавление предиката истины. Прежде всего, обе дисквотационные теории – B_d и B_d^+ –

являются консервативным расширением теории B (см.: [Ketland, 1999]). Но в силу того, что теория B не является конечно аксиоматизируемой, ни первая, ни вторая теории, полученные в результате расширения посредством дисквотационной теории истины, не содержат, в случае, если теория непротиворечива, в качестве следствия обобщения об истинности аксиом (3). Это является следствием компактности первопорядковой логики и справедливо для любой системы логики с этим свойством. По тем же самым причинам, ни B_d , ни B_d^+ не могут выразить (4), т. е. утверждения о том, что правила вывода сохраняют истинность. Каждое правило имеет бесконечное количество примеров, но свойство компактности предполагает, что каждая теорема должна следовать из конечного числа аксиом. Точно так же (T-Bew) не выразимо ни в B_d , ни в B_d^+ .

Обе теории B_T и B_T^+ позволяют выразить обобщения (3) и (4), т. е. утверждения о том, что аксиомы теории истины, и о том, что правила вывода сохраняют истинность. При этом теория B_T является консервативным расширением исходной теории B (см.: [Halbach, 1999]). Только B_T^+ не является консервативным расширением теории B . Рассмотрим это подробнее. Пусть $\ulcorner 0 = 1 \urcorner$ будет кодом формулы « $0 = s0$ », так как $\neg 0 = s0$ является теоремой B , $\neg T \ulcorner 0 = 1 \urcorner$ является следствием схемы истины $T \ulcorner 0 = 1 \urcorner \equiv 0 = s0$. Из (5) мы получаем, что $\neg \text{Bew}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$ является теоремой B_T^+ . Но это предложение не содержит предиката истины и принадлежит языку L . Согласно второй теореме о неполноте, $\neg \text{Bew}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$ не является теоремой теории B , если последняя непротиворечива. Таким образом, B_T^+ не является консервативным расширением теории B , если только исходная теория B будет противоречивой.

Аргумент С. Шапиро переносит обсуждение жизнеспособности дефляционизма на более прочную формальную основу, придавая дебатам должную строгость. Вместе с тем дальнейшее уточнение представляется необходимым. Как уже отмечалось, дефляционизм – это обобщенная концепция, которая имеет впечатляющее разнообразие формулировок. Известны различные формальные теории, выражающие общую концепцию дефляционизма различными аксиоматическими теориями, включающими в себя

различные принципы. Как отмечалось, большинство сторонников дефляционизма возводят поддерживаемую ими теорию к семантической теории А. Тарского, точнее к убеждению, что совокупность Т-предложения полностью исчерпывает содержание понятия истины. Наиболее известным сторонником такой позиции был У. Куайн, настаивавший на том, что предикат истины представляет собой ничего более, чем инструмент снятия кавычек. Дисквотационная функция предиката истины признается всеми дефляционистами; ее можно рассматривать в качестве своеобразного «минимального требования» концепции дефляционизма. В этой связи будет интересно рассмотреть справедливость аргументации С. Шапиро о неконсервативности расширения РА с предикатом истины в случае дисквотационного понимания последнего.

Наиболее естественным способом формулировки дисквотационализма является утверждение о том, что множество аксиом теории истины представлено интсанциациями Т-схемы (с известными ограничениями на последние ввиду исключения парадоксов самореференции). Известны два варианта такой формулировки дисквотационной теории. В первом из них в качестве аксиом признаются подстановки локальной Т-схемы:

$$(L) T(' \varphi ') \equiv \varphi.$$

Второй вариант основан на принятии единообразной схемы раскавычивания:

$$(U) \forall a_1 \dots a_n [T(' \varphi (a_1 \dots a_n) ') \equiv \varphi (a_1 \dots a_n)],$$

при котором аксиомами теории являются формулы, полученные посредством подстановки в (U) конкретных для $a_1 \dots a_n$ и конкретных формул для φ . Мы можем рассматривать (L) как специальный случай (U).

Обращаясь к вопросу о консервативности / неконсервативности расширения РА с дисквотационной теорией истины, нужно отметить, что приведенное выше рассуждение С. Шапиро о неконсервативности дефляционных теорий истины никак не специфицирует виды, или формы, консервативности. Привычным является различие двух видов консервативности. Пусть T_1 и T_2 будут теориями, сформулированными на языках L_1 и L_2 , соответственно (и пусть $L_1 \subseteq L_2$). Тогда:

а) T_2 синтаксически консервативна по отношению к T_1 , если и только если $T_1 \subseteq T_2$ и $\forall \psi \in L_1 [T_2 \vdash \psi \rightarrow T_1 \vdash \psi]$.

б) T_2 семантически консервативна по отношению к T_1 , если и только если каждая модель M теории T_1 может быть расширена до модели для теории T_2 (интерпретация новых выражений языка L_2 может быть доказана в M так, чтобы T_2 была истинна). Эти два понятия консервативности не совпадают, ведь семантическая консервативность является более общим понятием: через теорему о полноте она дает синтаксическую версию. В настоящее время именно синтаксическая консервативность является предметом дебатов об оправданности дисквотационной теории истины.

Наконец, в связи с обсуждением дисквотационной теории, нужно иметь в виду еще одно различие – различие между типовой и безтиповой теориями истины. Это различие хорошо известно и сводится к тому, что в безтиповой теории, в отличие от типовой, не существует ограничения на приписывание истинности предложениям, содержащим предикат истины.

С учетом перечисленных уточнений, укажем основные результаты исследования консервативности дисквотационной теории истины по отношению к РА. В случае типовой единообразной дисквотационной теории мы сталкиваемся с семантически неконсервативным расширением (см.: [Кауе, 1991. Р. 228]), аналогичный результат мы получаем в связи с типовой локальной дисквотационной теорией (см.: [Cieslinski, 2015. Р. 312]). В случае безтиповой дисквотационной теории были установлены следующие результаты: безтиповая локальная дисквотационная теория дает синтаксически консервативное расширение РА [Cieslinski, 2011]. Наиболее интересным является случай безтиповой единообразной дисквотационной теории, формулировка которой была предложена В. Хэлбахом [Halbach, 1999]. В этой формулировке во избежание появления парадоксов ограничивается класс возможных для φ подстановок в (U) исключительно положительными формулами. Тем самым получается теория PUTB (positive uniform Tarski biconditionals). В. Хэлбах обнаруживает, что арифметически PUTB очень сильна, являясь фактически арифметически эквивалентной теории

истины Фефермана – Крипке, одной из самых сильных безтиповых теорий истины.

Здесь мы сталкиваемся с важным для обсуждения проблем теории истины феноменом: в случае отказа от типового подхода, ключевым является выбор класса подстановок для T-схемы. Даже в случае относительно слабой схемы (L) может быть получена очень мощная теория при определении подходящего класса подстановок. Результат В. Хэлбаха является иллюстрацией этого. Согласно позиции дисквотационализма, класс подстановок S_1 является рекурсивно перечислимым множеством подстановок T-схемы (безразлично, единообразной или локальной); 2) элементы множества S характеризуются как эпистемологически базовые. Именно в последнем пункте мы сталкиваемся с философски важным вопросом. Ответ на него не будет тривиальным, вроде указания на интуитивную очевидность T-схемы. Формальные требования, которым должна соответствовать адекватная формулировка дисквотационной теории истины, помимо таких очевидных требований, как непротиворечивость, должна удовлетворять еще и требованию арифметической обоснованности (sound), исключая ложные арифметические предложения из числа допустимых кандидатов на подстановку в (L). Прояснение этих проблем требует ответа на два неотложных для нашей проблематики вопроса: 1) что могло бы выступить кандидатом на роль класса естественных подстановок в (L), позволяющих получить арифметически сильную теорию? 2) в чем может состоять ответ на вопрос об обоснованности нашей веры в позитивные дисквотационные аксиомы? Пока эти ответы не получены, мы не можем признать аргумент о неконсервативности расширения дефляционной теории истины С. Шапиро опровержением дисквотационной теории; вместе с тем не имеем возможности показать, что существует формально корректная формулировка дисквотационной теории истины, избегающая аргумента С. Шапиро.

Список литературы / References

Cieslinski C. T-equivalences for positive sentences. *The Review of Symbolic Logic*, 2011, vol. 4, p. 319–325.

- Cieslinski C.** Typed and Untyped Disquotational Truth. Unifying the Philosophy of Truth. Ed. by Th. Achourioti et al. Springer, 2015, p. 307–320.
- Halbach V.** Conservative theories of truth. *Studia Logica*, 1999, no. 62, p. 353–370.
- Horsten L.** Leivity. *Mind*, 2009, vol. 118, p. 555–581.
- Kaye R.** Models of Peano arithmetic. Oxford, Clarendon, 1991.
- Ketland J.** Deflationism and Tarski's paradise. *Mind*, 1999, vol. 108, p. 64–94.
- Shapiro S.** Deflation and Conservation. Principles of Truth. Eds. V. Halbach and L. Horsten. Ontos Verlag, 2003, p. 103–128.
- Shapiro S.** Proof and truth: Through thick and thin. *Journal of Philosophy*, 1998, vol. 95, no. 10, p. 493–521.
- Tarski A.** The Semantic Conception of Truth: and the Foundations of Semantics. *Philosophy and Phenomenological Research*, 1944, vol. 4, no. 3, p. 341–376.

Материал поступил в редколлегию

Received

10.08.2019

Сведения об авторе / Information about the Author

Хлебалин Александр Валерьевич, кандидат философских наук, старший научный сотрудник, заместитель директора по научной работе Института философии и права СО РАН (ул. Николаева, 8, Новосибирск, 630090, Россия)

Alexander V. Khlebalin, Candidate of Science (Philosophy), Senior Researcher, Deputy Director for scientific work of the Institute of Philosophy and Law SB RAS (8 Nikolaev Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

sasha_khl@mail.ru