

УДК 165

DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-4-26-40

## **Истина и обоснование для дедуктивных систем: базовые постулаты и аналитичность**

**В. Н. Карпович**

*Институт философии и права СО РАН  
Новосибирск, Россия*

### *Аннотация*

Обсуждается проблема интеграционного подхода к искусственному интеллекту. Анализ Понятие аналитичности играет важную роль в обосновании истин. В традиционной логике терминов и современной логике предикатов применяются сходные подходы для реконструкции идеи достоверного обоснования. Кант использовал категории синтетического априори, Фреге опирался на особенности термов (индивидуальных констант и функций), чтобы сформулировать условия для применения определений. В результате первичные, базовые утверждения как исходные положения для обоснования предполагают утверждения существования и единственности определяемого предмета (определенные дескрипции), сходные с локализацией предметов в пространстве и времени синтетическими понятиями априори у Канта.

### *Ключевые слова*

аргументация, логика, истина, обоснование, априорное, апостериорное, достоверность, наука

### *Для цитирования*

Карпович В. Н. Истина и обоснование для дедуктивных систем: базовые постулаты и аналитичность // Сибирский философский журнал. 2019. Т. 17, № 4. С. 26–40. DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-1-26-40

## **Truth and justification for deductive systems: on the primary postulates and analyticity of justifications.**

**V. N. Karpovich**

*Institute of Philosophy and Law SB RAS  
Novosibirsk, Russian Federation*

### *Abstract*

The concept of analyticity plays an important role in establishing truths. Both in the traditional logic of terms and modern logic of predicates, similar approaches are used to reconstruct the

© Карпович В. Н., 2019

idea of reliable substantiation. Kant used the categories of synthetic a priori, Frege relied on the features of terms (individual constants and functions) to formulate the conditions for the application of definitions. As a result, primary statements as the beginning for substantiation presuppose the existence and uniqueness of a defined subject (definite descriptions), similar to the localization of objects in space and time by Kant's synthetic apriori judgments.

*Keywords*

argumentation, logic, truth, form, justification, apriori, aposteriori, certainty, science

*For citation*

Karpovich V. N. Truth and justification for deductive systems: on the primary postulates and analyticity of justification. *Siberian Journal of Philosophy*, 2019, vol. 17, no. 1, p. 26–40. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-1-26-40

Известно, что скептицизм Юма по поводу возможности научного знания затрагивает научные теории в целом. Идеи (в частности, причинности) могут не соответствовать вещам, мы их можем выдумать, как выдумываем крылатых коней, разных мифических героев и богов, и, в качестве более близких к науке примеров, флогистон или теплород. Также известно, что Кант видел свою задачу в преодолении подобного скептицизма, особенно в отношении к научному знанию. Традиционно знание можно трактовать как обоснованное истинное мнение. Обоснование здесь мыслится как средство против случайного достижения истины, и именно обоснование как раз и является основным предметом теории познания. Определение истины как соответствия наших мнений реальности, так называемая «корреспондентная теория истины», не указывает явным образом критерия для установления истины, и роль критерия выполняет уже обоснование.

Исходя из логики Аристотеля, Кант различил два вида обоснования в науке – апостериорное, когда оно связано с чувственным опытом, и априорное, когда полное обоснование базируется на непосредственном знании, причем без связи с чувственным опытом, который, согласно Юму и другим предшественникам Канта, не обладает достоверностью.

Здесь важно отметить два момента. Во-первых, определение априорного знания построено через отрицание. Поэтому и возникает вопрос о характере его обоснования, прояснение именно этого вопроса становится задачей критического анализа в философии Канта. Во-вторых, очевидно, что некоторые знания зависят в своем обосновании от данных опыта, но при этом не очень ясно, что собой представляет априорное знание. Эти вопросы обсуждались в философии как до Канта, так и после него.

Опять-таки известно, что Кант при этом верил в возможность априорных систем знания, и примерами априорно выстроенных дисциплин для него были логика и математика. С логикой вопрос особый, но вот математика, начиная с греческой науки, существовала в основном как геометрия. Даже про числа греки мыслили главным образом геометрически, пропорциями,

и арифметика обрела независимость от геометрии только в XIX в., вместе с арифметизацией анализа. Поэтому для Канта главным было именно утверждение априорности геометрического знания.

Вместе с различием апостериорного и априорного знания Кант различал еще синтетические аналитические суждения. Суждения при этом считались носителем знания, и сейчас это принято подчеркивать в англоязычной литературе терминологическим различием источника истины (*truth makers*) и носителя истины (*truth bearer*). Это обстоятельство сказалось на дальнейшей истории философии трояким образом. Во-первых, объекты, обозначенные нарицательными именами, например «трава» или «зеленый цвет», не могут считаться истинными или ложными сами по себе. Истинность или ложность возникает из соединения двух понятий в суждении, например, что трава зелена. Во-вторых, ментальные состояния могут приписываться людям, которые используют глаголы (думаю, надеюсь, боюсь, верю) в составе сложноподчиненных предложений, например, «я полагаю, что...», откуда появляется представление о пропозициональных установках. Для Канта объекты установок сами являются ментальными объектами, а вот для Мура и Рассела, например, суждения больше похожи на абстрактные объекты, подобно числам, которые обозначаются посредством комбинаций цифр или функциями. Это не было очевидным вплоть до XX в., когда Рассел произвел «лингвистический поворот» в философии, заявив, что некоторые предложения (например, «Все тождественно самому себе»), хотя и правильно построены, но не выражают собой суждений.

Вдобавок к суждениям как идеальным сущностям и мыслям, т. е. ментальным сущностям Канта, Тарский в начале века стал говорить о предложениях, т. е. чисто языковых объектах, как носителях истинностных значений. Истина артикулируется посредством составных частей предложения, которые играют роль подлежащего (трава) и сказуемого (зеленая), соотношение которых делает предложение истинным или ложным. Предложения непосредственно содержат в себе слова и обороты речи, а структуры суждений или мыслей всегда вычитываются уже из предложения. Отсюда и вопрос об аналитичности должен включать анализ предложений, поскольку обоснование истинности сводится к анализу высказываний.

Аналитичность как свойство высказывания можно пояснить на известном примере Дж. Мура: «Все холостяки не женаты». В первую очередь здесь важную роль играют значения составляющих слов. Исходя из этого, Кант предложил известное объяснение аналитичности, которое гласит, что предикат аналитического суждения содержится в его субъекте. По этому поводу можно сделать три замечания.

Во-первых, предполагается, что все суждения имеют субъектно-предикатную форму, где есть подлежащее и сказуемое. Во-вторых, различие между субъектами и предикатами представляет собой грамматическое разли-

чие, уместное при обсуждении вопросов грамматики языка. Кант эту же структуру вкладывает в мысли о фактах, т. е. ментальные состояния. В-третьих, известное Кантово высказывание о предикате, содержащемся в субъекте, – это очевидная метафора, поскольку в реальном предложении подлежащее и сказуемое явным образом не содержатся одно в другом. Наконец, Кант говорит, что истина аналитического суждения может быть адекватно познана (обоснована) посредством логического закона противоречия, согласно которому противоречия недопустимы.

Вопрос теперь заключается в том, к чему именно можно обратиться для обоснования аналитичности законов логики. Если к любому нашему знанию, то это знание немедленно окажется аналитическим. Если только к логике, то сама логика окажется аналитичной, поскольку из логических истин вытекают только логические истины. Однако нужно понимать, что у Канта особое отношение к логике. Он полагал, что логика – наука законченная, и силлогистика Аристотеля представляет собой законченное учение логики. А это значит, что он не включает в логику ни учение о связи высказываний, разработанное стоиками, ни схоластические усовершенствования самой силлогистики. Силлогистические модусы могут состоять только из трех типов суждений – общих (универсальных, обо всех предметах), частных (о некоторых предметах) и единичных (сингулярных, об отдельных предметах, обозначенных собственными именами или указательными местоимениями).

Особенность аристотелевской силлогистики состоит в том, что сингулярные суждения в ней не используются, и их приходится трактовать как частные или общие. Переменных, строго говоря, тоже нет, есть подстановочные буквы, на место которых подставляются общие имена, «именующие» понятия. Поэтому Сократа, отдельного человека, нужно представлять себе как предельно мелкий вид рода «человек», и тогда вместо предложения «Сократ смертен», которое сообщает о принадлежности индивида к некоторому множеству вещей, нужно говорить о том, что одна категория вещей представляет собой разновидность другой категории вещей. Наше исходное предложение примет такой вид: «Человек по имени Сократ (далее идет набор идентификаций по месту и времени) является смертным».

Для большей части двадцатого столетия признаком аналитичности было то, что предложение (суждение, утверждение) обнаруживает свою истинность или ложность благодаря смыслу слов, входящих в него (которыми выражалось суждение или утверждение). Однако и с этим признаком возникают трудности. Во-первых, хотя слово «холостяк» из примера Мура конвенционально определяют как «не женатый взрослый мужчина», есть много слов, которые поясняются примерами, а не представлены явным анализом путем перечислений названий признаков, входящих в их смысл. «Логические» слова «если», «все», «являются», «и» и т.п. вообще поясняются кос-

венно, через примеры. Если мы попробуем улучшить (осовременить) Канта, определив модус Barbara первой фигуры как правильный из-за смысла слов «все» и «являются», то сразу обнаружится, что мы не понимаем некоторого сущностного смысла логических слов (связок), из которого мы можем как-то заключить, что такое Barbara, и не попасть при этом в логический круг. Если бы мы могли исчерпывающим образом рассказать, что означают слова «все» и «являются», то модус Barbara стал бы лишь подтверждением того, что человек знает, как правильно употреблять логические связки для простых категорических суждений.

Из этого можно понять, что аналитичность представляет собой способ обоснования, а не определение идеи истины. Древняя и чтимая традиция говорит, что истина заключается в соответствии с фактами. Чтобы предложение было истинным, мир должен быть таким, как это утверждается в предложении. Тарский показал, что можно было бы обойтись здесь без отсылки к фактам. Для этого нужно взять какой-то формальный язык, подходящий для представления структуры естественного языка, в частности, язык логики предикатов первого порядка с равенством. Если дано предложение в контексте некоторого рассуждения, проведенного в естественном языке, его можно представить с помощью синтаксиса искусственного языка, дополненного схемой сопоставления структур искусственного языка предметам и свойствам, выделенным в изучаемой реальности. Таким образом, когда задано предложение или текст на естественном языке, его можно разложить на составляющий синтаксис и соответствующую схему обозначений.

Во-первых, можно подобрать формальный язык для представления соответствующих языковых структур. Для предложения «Все холостяки не женаты», например, следует выбрать два одноместных предиката  $F$  и  $S$ , и написать формулу  $(x)(Fx \rightarrow Sx)$ , которая и будет представлять форму этого предложения. Затем приводится схема обозначений. Пусть  $D$  – множество людей,  $F$  – множество холостяков,  $S$  – множество неженатых мужчин. Тогда наша формула истинна при принятых обозначениях точно в том случае, когда все холостяки неженаты, если, конечно, мы выразили смысл исходного предложения и записали его в формуле. В результате получилась подходящая система приписываний значений предложениям со словом «холостяк», например «все холостяки неженаты» и «все холостяки являются холостяками». Особенностью такого анализа является именно обоснование истины, поскольку утверждение, что холостяки не женаты, будет аналитическим, и знания о смысле слов будет вполне достаточно для обоснования его истинности. Такой подход объяснил бы учение о том, что аналитические истины могут быть априорным знанием. Однако есть затруднения. Определение холостяка, придуманное в свое время Муром как пример аналитичности, хотя и кажется банальным, на самом весьма остроумно.

«Нестандартность» его можно пояснить на примере анализа у Канта, при котором выявляются затруднения. Кант считает суждения «Все тела протяженны» и «Все тела обладают весом» априорными. На самом деле такое сочетание суждений о протяженности и весе тел выглядит странно. Ведь Кант согласен с Ньютоном, и одной из его целей было обосновать достоверность соответствующей физической теории, с которой Кант был хорошо знаком. В физике Ньютона важную роль играет точечная масса. Возникает вопрос: хотел ли Кант изгнать понятие материальной точки из категории тел по определению? Именно поэтому определение тела через протяженность (из уважения к Декарту) и тяжесть (из уважения к Ньютому) только запутывает ситуацию. Возможность подобных соображений в сложных случаях анализа показывает, насколько адекватен пример Мура с утверждением «Все холостяки не женаты».

Комбинируя признаки синтетичности и априорности по наличию и отсутствию попарно, мы получаем четыре категории. Ясно, что апостериорные знания не могут быть аналитическими. Искать опытных свидетельств для аналитического суждения – значит не понимать его смысла. Однако опять возникают затруднения. Ведь при этом предполагается, что смысл уже известен, а это плохо состыкуется с неясностью по поводу аналитичности или синтетичности суждений о тяжести тела. Если обратиться к примеру с холостяками, ситуация становится более наглядной. Совершенно ясно, что социологические опросы подтвердят, что они неженаты, но сам факт проведения опросов отрицает возможность прямого усмотрения смысла проверяемого таким образом предложения о холостяках, поскольку не согласуется с наличием более легкого способа обоснования – а именно, как языковой конвенции, правила употребления языка.

Кантовы синтетические априорные суждения представлены в естествознании того времени (физике, астрономии и химии). Их обоснование заключалось в наблюдении соответствующих фактов, и поэтому мы отчасти получаем ответ на вопрос, как именно получены научные результаты. Но, как уже отмечалось, априорное знание у Канта описано через отрицание апостериорного, без разъяснения особого способа его обоснования. Поэтому остается открытым вопрос о его положительной характеристике. Кант полагал, что логика известна априори, и при этом аналитична, и это обосновано известными значениями логических связей, которые фигурируют в формулировках законов. Такое понимание связей было, по всей видимости, более правдоподобным, чем появившееся позднее ссылки на психологию, распространенные в XX в., за которыми потом в логике последовала ясно сформулированная антипсихологическая установка.

Кант, как известно, выделил априорные синтетические суждения как достоверное и информативное знание. Истины такого рода не обосновываются опытом, но при этом не могут быть обоснованы и смыслом слов, с помо-

щью которых их формулируют. Но тогда нужно ясно объяснить, как они могут быть получены или распознаны. Именно поэтому Кант задается вопросом, как возможно и возможно ли вообще синтетическое априорное знание, и именно этот вопрос ведет к его знаменитой критической философии, что означает, что таковая оправдана только при допущении синтетических априорных суждений.

Чтобы оценить значимость примера, по поводу которого спорят уже очень долго, проведем еще одно, третье различие, на этот раз между необходимыми и случайными (контингентными, или фактическими) истинами. Кант утверждает, что опыт учит нас тому, что предметы обладают определенными признаками, но ни в коей мере не дают знания о том, что иначе и быть не может, т. е. что эти признаки необходимы. В тех чувственных способах познания, с помощью которых мы видим цвета или видим (ощущаем) формы предметов и характер их поверхности, мы не получаем опыта о необходимости или (не реализованной в действительности) возможности. Мы получаем только знание о действительном. Кант полагал, что знание о необходимости априорно. Очевидно, мы видим или иначе ощущаем свойства предмета, но при этом такой опыт не показывает нам, каким предмет мог бы быть. Воспринимается непосредственно только действительное, а не возможное или необходимое. Можно несколько дополнить пример и сказать, что восприятие по природе причинно [Grice, 1965], а причинность не возникает между тем, что действительно, и тем, что лишь возможно, но не является действительным. Поэтому никакое знание не может быть получено опытом, а значит, модальное знание (т. е. знание о необходимом или только возможном, но не действительном положении дел) не может быть апостериорным. Кант же полагал, что оно априорно.

Стандартный пример показывает, что ничто не может быть одновременно красным и зеленым в одно и то же время и одним и тем же месте. Эти цвета исключают друг друга, и это кажется необходимой истиной. В общем случае, разные значения некоторой измеренной величины исключают друг друга с необходимостью – если человек двухметрового роста, то это значит, что его рост не равен полутора метрам.

Невозможно представить себе, чтобы предмет обладал двумя такими характеристиками, и именно воображение представляет собой путь к знанию о возможном и необходимом. Признав, что с необходимостью один и тот же предмет не может быть красным и зеленым, мы должны согласиться с тем, что это знание априорно. Но тут же возникают трудности. Красное и зеленое – это простые характеристики предметов, настолько простые, что невозможно привести для них определение, которое состояло бы из более фундаментальных простых характеристик. По этой причине для них нет определений, на основании которых можно доказать, что эта несовместимость необходима, а значит, что такое суждение о несовместимости не ана-

литично. Но оно необходимо истинно, и получается, что его нужно отнести к синтетическим суждением априори. Этот пример подробно обсуждался в литературе, и не было предложено таких характеристик с соответствующими названиями, чтобы достоверно обосновать в этом случае аналитичность [Putnam, 1956].

Тот факт, что разные значения измеренной величины исключают друг друга, показывает, что имеется достаточно широкий набор примеров априорного знания. И эти примеры уже порождали бы философски значимые вопросы. Однако Кант еще полагал, что математика вся состоит из синтетических априорных суждений и что эта наука в целом представляет собой обширный и системно организованный пример синтетического априори. В ней нет экспериментов с треугольниками и числами, нет полевых исследований. Математики, как представляется, ограничиваются только размышлениям над проблемами своей науки, и трудно даже представить себе, какая из наук может в большей мере быть априорной.

Соответственно, Кант утверждает, что истины чистой математики несут в себе необходимость, которую невозможно вывести из опыта. Это традиционный взгляд на характер математических истин, а поэтому если необходимость как таковую можно знать только априорно, то необходимость чистой математики была бы установлена априорностью самой *необходимости*. Но Кант имеет в виду, что необходимость математической истины неотделима от математической *истины*, связана с ней, а поэтому если модальность известна априорно, то и математика как совокупность теорем тоже известна с необходимостью. Он доказывает, что математика чисел синтетична, посредством анализа своего известного примера о сумме двух чисел, когда  $7 + 5 = 12$ . По его мнению, понятие суммы 7 и 5 не содержит ничего, кроме соединения двух чисел в одно, и при этом число 12 не является только соединением двух чисел, оно еще существует и само по себе. Необходимо выйти за пределы понятий 7 и 5, и даже понятия сложения, и вспомнить примеры того, как интуиция счета на пальцах или соединение разных количеств точек приводят к возникновению числа 12.

Кажется, что Кант мог бы предложить лучшее обоснование того, что большая часть чистой математики синтетична. Когда Юм разбудил Канта от догматического сна, он убедил его, что суждения существования не являются аналитическими (например, что всякому событию предшествует его причина). Выражаясь словами Юма, мы сказали бы, что существование всегда фактично и никогда не представляет собой связь идей. Юм обращается к этому принципу, когда в Диалоге о религии [Hume, 1948] говорит об аналитичности аргументов, например, о доказательстве существования Бога у Ансельма. Невозможно породить предметы только обращением к смыслу слов, которыми вы их обозначаете. Утверждение, что предложения существования не аналитичны, представляет собой устойчивую философскую

идею. Нужно обратить внимание, что доказательств существования много в математике – например, о бесконечном числе простых чисел, пяти правильных телах, неразрешимые предложения в *Principia Mathematica* [Whitehead, Russell, 1927] и подобных системах. Почти любая аксиоматизация раздела математики содержит аксиомы существования.

Отсюда следует, что некоторые истины математики являются синтетическими, а поэтому, когда мы говорим, что они априорны, то именно математика дает пример множества синтетических априорных знаний. Центральный вопрос критической философии Канта заключается как раз в том, как возможно синтетическое априорное знание в разных областях науки, в частности, геометрии или физике.

Кант умер в 1804 г., а через 80 лет Фреге опубликовал свою книгу «Основположения арифметики» [Frege, 1959]. В свое время этой книге не уделили достаточного внимания, хотя сейчас она считается очень важным вкладом в философию математики. Цель философского исследования Фреге состояла в том, чтобы частично опровергнуть критическую повестку Канта. Он был согласен с Кантом в том, что геометрия представляет собой синтетическое априорное знание (хотя при этом не очень ясно, считал ли он пространство трансцендентально идеальным). Но арифметику он точно считал аналитической.

В обоснование такого подхода к арифметике Фреге позаимствовал у Канта утверждение, что логика аналитична. Основная трудность заключалась в том, чтобы показать, что теория чисел сводима к логике, т. е. что базовые, «примитивные» термины теории чисел определены через логические термины и что законы теории чисел выводимы из этих определений и логических правил и законов.

Другие философы тоже утверждали сводимость в разных областях знания, а именно на том основании, что одни составляющие знания (например, ценности) сводятся к другим составляющим (например, желаниям). Однако Фреге не просто утверждал сводимость, но детально описал процесс сведения. Этим он положил начало конструктивистской традиции в аналитической философии, к которой принадлежали Б. Рассел, Р. Карнап, Н. Гудмен и Дэвид Льюис. Тезис Фреге, что теория чисел сводима к логике, можно назвать логицизмом в узком смысле этого слова, по существу, редукцией. Из этого тезиса и посылки об аналитичности логики также вытекало, что и теория чисел аналитична. Такое обоснование математики тоже можно назвать логицизмом, хотя и в несколько более широком смысле, когда базовые истины представлены арифметикой, а не логикой.

Логицизм задумывался как отрицание взгляда Канта на математику как истины, основанной на синтетическом априори, т. е. постулатах об особых свойствах пространства и времени, которые к логике уже не относятся, а значит, не аналитичны, а синтетичны априори.

Фреге сформулировал свою трактовку аналитичности и априорности в параграфе 3 «Основоположений арифметики» [Frege, 1959]. В примечании он пишет, что не намерен приписывать новый смысл этим терминам, но только сформулировать аккуратно тот смысл, который вкладывали в них его предшественники, в частности Кант. Это, безусловно, натяжка. Фреге пишет, что различия между априорным и апостериорным, аналитическим и синтетическим касаются оснований для принятия суждений, а не их содержания. Частично его цель состоит в том, чтобы очистить исследование от так называемого «психологизма». Фреге не устраивало Кантово обоснование синтетического априори через трансцендентальную психологию, в том числе и для обоснования для теории чисел. Однако даже сама формулировка различия с использованием ссылки на суждения может привести к недоразумениям относительно взглядов Фреге. Через восемь лет после «Основоположений арифметики» он опубликовал свою статью о смысле и указании [Frege, 1960]. Частично именно здесь Фреге признал возможность нефизических, и в то же время не ментальных абстрактных объектов, к которым отсылают предложениями языка. Он называл их мыслями, но и это название в не совсем подходит, потому что эти «мысли» не являются психологическими объектами.

Термины « $7 + 5$ » и « $15 - 3$ » могут иметь разный смысл, но указывать на одно и то же число, а предложения « $7 + 5 = 12$ » и « $15 - 3 = 12$ » выражают разные смыслы или, точнее, мысли, при этом указывая на одну и ту же вещь, а именно, истинностное значение, в данном случае истину. Мысли суть смыслы предложений, и смыслы эти не психологические. Как будто грамматический состав предложения проецируется на состав мысли, состоящей из смыслов и психологического соединения суждения, состоящего из идей. Там, где Кант формулирует свои различия как различия суждений, понятий ментально, Фреге сформулировал бы это как мысли, которые представляют собой абстракции, но покрытые налетом субъективности.

Скорее всего, Фреге старался различить психологическое и логическое, субъективное и объективное. Он пишет, что когда суждение называют апостериорным или аналитическим, то, в его понимании, это не суждение о том, как мы могли бы образовать содержание суждения в нашем сознании. Также он не имеет в виду выяснить, на основании каких мотивов мы могли бы согласиться с тем или иным суждением, потому что речь идет о предельных основаниях, на которых покоится обоснование нашего принятия его как истинного.

Следует обратить внимание на безличные определенные артикли в тексте (которые мы здесь передадим указательными и притяжательными местоимениями): *то* самое предельное основание, *не ваше и не мое*, но Божественное; и обоснование, *то* самое, одно и только одно, единственное. Фреге утверждает, что для того, чтобы установить, является ли истина ана-

литической или синтетической, априорной или апостериорной, надо найти доказательство суждения и проследить его к самому началу, к базовым, первичным истинам, обозначенным особым немецким словом *die Urwahrheiten* («первичные истины», опять безличный определенный артикль!).

Тем самым Фреге положил начало аналитическому стилю философии, который презентует себя как исключительно ясный в изложении идей и точности обоснований и доказательств. Он очень серьезно воспринимает способ обоснования, аксиоматический метод, широко известный в среде философов, и воспринимает его даже серьезнее, чем другие философы. Среди философов тогда появилась тенденция к сомнению в самой идее основания познания, в том, что есть так называемые «эпистемические начала», как их обозначил однажды Н. Гудмен.

Характеристика «эпистемический», предложенная Н. Гудменом, вряд ли выражает, насколько радикален подход Фреге. Многие склонны полагать, что есть реальность, независимая от нас и наших убеждений и концептуальных схем, и эта реальность представлена миром галактик и ледников, кварков и струн, а может быть, даже чисел и геометрических объектов.

Эти объекты подчиняются законам, которые мы не создаем, но лишь открываем, и то если повезет. Фреге же полагает, что есть самостоятельный дедуктивный порядок истинных утверждений. И это не эпистемический порядок, а последовательность, в которой мы (в лучшем случае мы, а в общем случае какие-то рациональные существа, которые умнее нас, или даже Бог) предлагаем обоснования для выводных истин, переходя к ним с помощью законов логики, взяв в качестве посылок те самые знаменитые первичные истины. И это уже даже вообще не эпистемический, а логический порядок, и наша задача заключается в том, чтобы привести наши утверждения в такой же сугубо логический порядок, если, конечно, мы сможем это сделать.

Возьмем геометрию Евклида. После Гильберта «со товарищи» можно представить себе, что это какая-то исторически заданная совокупность предложений. Из нее мы каким-то способом выбираем определенное число в качестве базовых, или первичных (аксиомы и постулаты). Затем из них выводятся все остальные истинные утверждения в качестве теорем. Если допустить, вслед за Фреге, что геометрия в целом как теория является истинной (т. е. каждое утверждение теории истинно), то должно получиться, что только одна из возможных реконструкций в виде дедуктивной системы является правильной (*sound & complete*, формально корректна и материально адекватна), задает множество теорем (включая аксиомы) без противоречий и содержит в точности только истинные утверждения, т. е. по необходимым и достаточным признакам точно совпадает с множеством истинных утверждений у Евклида. Иначе говоря, все истины геометрии доказуемы (непротиворечивость, *soundness, consistency*, т. е. согласованны с исходным множеством), а все доказуемое истинно (полнота, *completeness, adequacy*).

Тогда получается, что дедуктивная система совпадает с исходным реконструируемым множеством истин, представленных истинными утверждениями Евклидовой геометрии.

Но тут могут возникнуть трудности в связи с трактовкой параллельности. Хорошо известно, что если даны линия на плоскости и точка вне этой линии, то существует одна и только одна линия, проходящая через отмеченную точку, которая параллельна исходной линии на этой плоскости. У Евклида речь идет о пересекающихся линиях, когда через заданную точку проводится перпендикулярная линия, и доказывается при этом, что она будет единственной.

Другой пример. Евклид доказал с помощью постулата о параллельных, что если углы двух треугольников равны, а стороны пропорциональны, то треугольники подобны. Биркгоф и Битли доказали, что можно геометрию аксиоматизировать, принимая только принцип подобия, и вывести при этом постулат о параллельных [Birkhoff, Beatley, 1959].

В подобной ситуации Фреге вынужден будет сказать, что одна из аксиоматизаций искажает логический порядок исходной геометрии Евклида. Но ведь множество теорем совпадает! Поэтому неясно, что именно определяет единственность логического порядка изложения множества истины, т. е. дедуктивной системы, а ведь без способа идентификации объекта он просто не существует для нас (*no entity without identity*). Иначе говоря, разные способы установления порядка за счет выбора первоначальных истин и дедуктивных правил ведут к одному и тому же набору истин, что для Фреге в каком-то смысле «неправильно». И вот парадокс чисто эпистемологический. Заключение вытекает из посылок и может даже быть в составе этих посылок (что не запрещено правилами логики, из любого утверждения вытекает оно само), и поэтому дедуктивные логические заключения могут множиться бесконечно, даже при использовании одного утверждения.

Теперь рассмотрим обратное отношение, т. е. отношение, которое соотносит заключение с посылками, из которых оно вытекает. Понятно, что такие посылки, в свою очередь, могут вытекать из других посылок. Фреге предполагает, что обратный логический порядок должен останавливаться. Он утверждает, что для того, чтобы установить, является ли истина аналитической или синтетической, априорной или апостериорной, мы должны найти доказательство тезиса и проследить его обратно к примитивным истинам. Эти исходные истины представляют собой точки остановки процесса установления обратного логического порядка. И здесь уже возникает вопрос о том, должны ли существовать такие исходные истины, которые предстоит еще рассмотреть.

Фреге утверждает, что если примитивные истины, из которых вытекает доказательство предложения, являются общими логическими законами и определениями, то истина является аналитической. (Предположительно,

он имеет в виду сочетание двух разнонаправленных условных суждений, т. е. эквивалентность, как иногда поступают в математике, доказывая правильность оборота «если и только если»). Но он отмечает, что следует принять во внимание все предложения, от которых зависит допустимость определений в качестве вспомогательных средств построения доказательств и их «обратном» анализе. Очевидно, что такое объяснение аналитичности предполагает, что общие логические законы являются теми самыми «исходными истинами», что упоминались выше. Здесь следует задаться вопросом о том, какие логические законы являются общими и что значит для определений быть зависимым от суждений, т. е. от каких-то внешних для определений обстоятельств. Это вопрос о двух разных характеристиках определений как номинальных (для имен), так и реальных (для предметов или области рассуждений). Номинальные («холостяк») могут быть правильными или неправильными и отражают правила языка. По сути, это сокращения каких-то сочетаний базовых понятий. Реальные зависят от фактов, которые характеризуют предметную область, могут быть истинными или ложными, а поэтому служат средством существенной систематизации предметной области.

Тайлер Бердж использует термин «общее», чтобы обозначить, что все кванторы в первичных истинах (Urwahrheiten) должны быть универсальными [Burge, 2005]. Если перевести (переформулировать) единичные термины и функциональные знаки в предикаты, то окажется, что все начальные кванторы общности, которые обязательно появятся при замыкании формул с целью связать свободные переменные, приведут к идее, что никакое утверждение существования аналитическим быть не может. А такое истолкование ситуации, как признает сам Бердж, не очень согласуется с текстами Фреге.

Тут в дело вступают контекстуальные определения. Известно, что определенная дескрипция, например «та собака, которая меня укусила», верна только в том случае, если истинны два предположения: во-первых, существует собака, укусившая меня; и, во-вторых, не было двух собак, которые меня кусали. Первое – это условие существования; второе – условие единственности. Такой взгляд на определенные дескрипции принадлежит, как известно, Расселу, но у Фреге он тоже прослеживается применительно к математическим функциям. Действительно, как и дескрипция, знак  $n$ -арной функции допустим только в том случае, если для каждого  $n$ -местного набора ее аргументов существует значение (существование), и при этом не более одного (уникальность). Именно условия существования и единственности как раз и могут быть тем, что Фреге имел в виду под условиями, от которых зависит допустимость определений.

Отличительная особенность аксиоматизаций натуральных чисел, которые во второй половине XIX в. осуществили Грассманн (1861), Пирс (1881),

Дедекин (1888) и Пеано (1889), заключается в том, что аксиомы содержат рекурсивное определение. Во-первых, существует начальное натуральное число ноль, которое не является приемником какого-либо натурального числа, но при этом каждое натуральное число имеет последователя. (Математическая индукция, так же известная, как вывод от  $n$  к числу  $n + 1$ , говорит, что последовательность натуральных чисел построена именно таким способом; это ограничительный принцип.) Хотя Фреге не использует термин «условие материальной адекватности» для определений, эти аксиомы натуральных чисел играют именно такую ограничительную роль. Чтобы установить адекватность таких определений, нужно вывести эти аксиомы из логических законов и определений. Только тогда будет обоснована идея логицизма (в узком смысле). Фреге знал, что нужно получить доказательства существования, и поэтому, даже если общие логические законы начались бы с кванторов общности, все равно для определений и из определений нужно получить доказательства существования.

Как известно, для этого Фреге предложил считать предикаты особыми функциями над индивидами (последовательностями индивидов) из предметной области, со значениями «истина» и «ложь» в случае наличия или отсутствия у такой последовательности соответствующего предикату признака (отношения, в общем случае).

В «Основоположениях арифметики» то отношение, которое сейчас принято обозначать  $\{x \mid Fx\}$ , считается исходным (неопределяемым) [Frege, 1959]. Тем не менее это отношение превращает предикаты в единичные понятия (термины), а по факту – в определенные дескрипции. И для каждого предиката, заменившего функцию, в его системе мы получаем подобную определенную дескрипцию, и она при этом допустима, только если выполнены условия существования и единственности. А это в точности условия осмысленности (интенциональности) и экстенциональности (наличия соответствующих последовательностей в области определения функции). При этом может существовать другое описание (функция с другим интенционалом) с этим же набором последовательностей. Отсюда, однако, получаем, что  $\{x \mid Fx\} = \{x \mid Gx\}$ , а значит,  $(x)(Fx \equiv Gx)$ .

При этом  $y = \{x \mid Fx\}$ , если и только если  $(z)(z \in y \equiv Fz)$ , и дальше получаем, что для любого  $F$  найдется такой  $y$ , что относительно него выполняется утверждение  $(z)(z \in y \equiv Fz)$ .

Тогда оказывается, что «общее» в анализе Фреге следует противопоставить не частным (экзистенциальным) суждениям, а единичным, которые выделяются уже не предикатами, а собственными именами. При такой трактовке объяснения аналитичности у Фреге она не исключает аналитичность аксиом существования для натуральных чисел, что и стремится доказать Фреге. Но тогда сомнительным оказывается постулат, что никакое утверждение о существовании не является аналитическим.

Таким образом, реконструкции аналитичности в традиционной логике и современной логике предикатов оказываются сходными по самым общим признакам, но различны в существенных деталях. Важный вывод состоит в том, что определение аналитичности содержит контекстуальное определение, построенное способом, сходным с определенными дескрипциям Рассела. В результате первичные, базовые утверждения для логических реконструкций аналитичности содержат утверждения существования и единственности, что указывает на важную особенность дедуктивных теорий как в математике, так и вообще в науке.

### Список литературы / References

- Birkhoff G. D., Beatley R.** Basic Geometry. New York, Chelsea, 1959.
- Burge T.** Truth, Thought, Reason: Essays on Frege. Oxford, Clarendon Press, 2005.
- Frege G.** On Sense and Reference. *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*. Ed by Peter Geach and Max Black. Oxford, Basil Blackwell, 1960, p. 56–62.
- Frege G.** The Foundations of Arithmetic: A Logico-mathematical Enquiry into the Concept of Number. Transl. by J. L. Austin. Oxford, Basil Blackwell, 1959.
- Grice H. P.** The Causal Theory of Perception. In: *Perceiving, Sensing, and Knowing*. Ed. by R. J. Swartz. Garden City, New-York, Doubleday Anchor, 1965, p. 438–472.
- Hume D.** A Treatise of Human Nature. Ed. by L. A. Selby-Bigge. 2nd ed. edited by P. H. Nidditch. Oxford, Clarendon Press, 1978.
- Hume D.** Dialogues Concerning Natural Religion. Ed. by H. D. Aiken. New York, Hafner, 1948.
- Putnam H.** Reds, Greens, and Logical Analysis. *Philosophical Review*, 1956, vol. 65, p. 206–217.
- Whitehead A. N., Russel B.** Principia Mathematica. Cambridge UP, 1927.

*Материал поступил в редколлегию*

*Received  
03.10.2019*

### Сведения об авторах / Information about the Author

**Карпович Валентин Никонович**, доктор философских наук, ведущий научный сотрудник, Институт философии и права СО РАН (ул. Николаева, 8, Новосибирск, 630090, Россия)

**Valentin N. Karpovich**, Dotor of Science (Philosophy), Leading researcher, Institute of Philosophy and Law SB RAS (8 Nikolaev Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

kkvnn@gmail.com