АНАЛИТИЧЕСКАЯ ФИЛОСОФИЯ, ЭПИСТЕМОЛОГИЯ И ФИЛОСОФИЯ НАУКИ

УДК 165
DOI 10.25205/2541-7517-2018-16-3-5-15

В. В. Целищев

Институт философии и права СО РАН
ул. Николаева, 8, Новосибирск, 630090, Россия

leitval@gmail.ru

СЕМАНТИКА ДЛЯ ГИПЕРКЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ И ПРОБЛЕМА ОТРИЦАНИЯ В ФОРМАЛЬНОМ ЯЗЫКЕ [*]

Применение теоретико-игровой семантики для логики первого порядка основано на определенного рода семантических предпосылках, напрямую связанных с асимметрией определения истины и лжи как выигрышных стратегий Верификатора (Абеляра) и Фальсификатора (Элоизы). Эта асимметрия становится явной при применении GTS к IFL. Законность применения GTS при переносе ее на IFL основана на адекватности GTS для FOL. Но это обстоятельство не является основанием верить в то, что можно надеяться на такую же адекватность в случае IFL. Тогда возникает вопрос, а является ли GTS естественной семантикой для IFL. Как видно, интуитивное понимание отрицания в естественном языке может эксплицироваться в формальных языках различным образом, и результат неполного схватывания понятия в этих языках можно считать определенного рода аномалиями, ввиду кажущейся простоты эксплицируемого понятия. Сопоставление теоретико-модельной и теоретико-игровой семантик в применении к двум видам языка – языку первого порядка и дружественно-независимой логике – позволяет обнаружить причины аномалии и наметить пути ее преодоления.

Ключевые слова: теоретико-игровая семантика, отрицание, дружественно-независимая логика, семантика, полнота, гиперклассическая логика.

Теоретико-игровая семантика, являющаяся неотъемлемой частью концептуального каркаса IF-логики, существенно расширяет эпистемологические горизонты тех идей, которые легли в основание столь значимой реформы, и даже революции (!) логики. В основе рационального познания лежат несколько основополагающих принципов, которые часто полагают «законами логики», логики, которая понима-

[*] Исследования, нашедшие отражения в данной статье, поддержаны РФФИ (проект № 16-02-00352).

ется как нечто универсальное для человеческого мышления. Среди таких законов важное место занимает закон исключенного третьего. В применении к теоретико-игровой семантике этот закон означает, что для одного или другого игрока всегда существует выигрышная стратегия, которая и является утверждением истинности предложения, разыгрываемого участниками игры. Но, как известно из общей теории игр, обязательное существование выигрышной стратегии, по крайней мере, для одного из игроков не гарантировано, или, говоря проще, это условие часто нарушается. Технически это обстоятельство выражается в следующей форме: неверно, что несуществование выигрышной стратегии для одного участника влечет существование такой стратегии для другого участника. Все это означает, что в теоретико-игровой семантике для IF-логики закон исключенного третьего не соблюдается, со всеми вытекающими отсюда серьезными следствиями для эпистемологических аспектов этой логики.

Прежде всего, именно в этом моменте IF-логика не является «классической» логикой. В определенном смысле это является усложнением логики, потому что приходится различать эквивалентности, справедливые для истинности обеих сторон, от эквивалентностей, которые справедливы как для истинности, так и для ложности обеих сторон. Как признает сам Я. Хинтикка,

> ...отрицание, определенное обычными, полностью «классическими» теоретико-игровыми правилами, оказывается сильным, нарушающим закон исключенного третьего. Неясно, что отсюда следует. Тот факт, что дуальное отрицание является результатом совершенно традиционных семантических правил, предполагает, что закон исключенного третьего вероятно не является ингредиентом правильно понятой классической концепции логики вообще [Hintikka, 2002. P. 409].

Здесь находит объяснение того, почему IF-логика является (или называется таковой) гиперклассической логикой. С точки зрения обычной логики, скажем, логики первого порядка, нарушение закона исключенного третьего является аномалией. Но вместо преодоления аномалии Хинтикка полностью обращает ситуацию, предполагая правила теоретико-игровой семантики базисными и тем самым превращая в аномалию сам закон исключенного третьего. Рассмотрим ситуацию с законом исключенного третьего в контексте теоретико-игровой семантики. Пусть имеется формула первого порядка φ с подходящей моделью M, с обычной процедурой оценки ν_φ формулы φ в M. С этой формулой ассоциируется семантическая игра двух игроков $Э_0$ и $А_1$ (традиционное обозначение для двух игроков – Элоизы и Абеляра соответственно). В теоретико-модельном виде такая игра есть $G(\varphi, v_\varphi, k)$, где $k \in \{0,1\}$. Здесь параметр k определяет роль игроков: $Э_k$ – это Верификатор, а $А_{k-1}$ – это Фальсификатор. Верификатор $Э_k$ играет с тем, чтобы добиться $(M, v_\varphi) \models \varphi$, а Фальсификатор $А_{1-k}$ играет с тем, чтобы добиться противоположного. Игра $G(\varphi, v_\varphi, k)$ для формулы, где нет свободных переменных, имеет вид $G(\varphi, \varnothing, k)$. В этих обозначениях мы имеем следующую последовательность шагов, каждый из которых семантически эквивалентен последующему:

1. φ ложно в модели M.
2. $Э_0$ имеет выигрышную стратегию в G_M $(\varphi, \varnothing, 1)$.
3. $А_1$ имеет выигрышную стратегию в G_M $(\varphi, \varnothing, 0)$.
4. $А_1$ имеет выигрышную стратегию в G_M $(\neg\varphi)$.
5. $\neg\varphi$ истинна в M.

Применим эти схемы к случаю игры G $(\varphi \ V \neg\varphi)$. Верификатор $Э_1$ имеет выигрышную стратегию если и только если, он имеет выигрышную стратегию либо для $G_M(\varphi)$, или же для $G_M(\neg\varphi)$. Однако мы имеем контрпример такой дилемме. Легко показать, что IF-формула $(\forall x)$ $(\exists y/x)[\neg (x = y)]$ истинна ни в одной модели. По закону исключенного третьего должно быть так, что эта формула ложна во всех моделях, т. е. Фальсификатор имеет выигрышную стратегию, что выражается формулой $(\exists n)$ $(\forall y)$ $[n = y]$. Но эта формула справедлива только лишь для модели с одним элементом. Если же модель содержит более одного элемента, φ не истинна, ни ложна в M, и, стало быть, $(\varphi \ V \neg\varphi)$ не истинно в M [Dechesne, 2005].

IF-логика взывает к старому различению контрадикторного и контрарного отрицаний, ассоциируя первое с законом исключенного третьего. Эпистемологическое новшество в связи с IF-логикой состоит в том, что контрадикторное отрицание является производным от более фундаментальных понятий, связанных с более общей трактовкой фундаментальных понятий логики:

> В общем, мы можем видеть, что в достаточно богатых языках (естественных или формальных) должно присутствовать два различных отрицания. С одной стороны, должно быть контрадикторное отрицание, потому что по предположению это то, что мы хотим выразить нашим отрицанием. Однако контрадикторное отрицание не может стоять на собственных ногах. Для того чтобы сформулировать правила для отрицания (семантические правила, дедуктивные правила, игровые правила), мы должны также иметь сильное (дуальное) отрицание, потому что удовлетворительные правила могут быть сформулированы только для него [Hintikka, Sandu, 1997. P. 375].

Однако некоторые исследователи полагают, что отклонения IF-логики от стандартной заключаются вовсе не в том, что в ней не соблюдается закон исключенного третьего. На самом деле, с их точки зрения, ситуация имеет дело с аномалией в самой IF-логике, которая связана с поведением отрицания.

> Отклонения [IF-логики] заключаются не в нарушении закона исключенного третьего, а скорее в том, что IF-язык не может предоставить предложения, чьи утверждения могли бы быть логически правильно себя ведущими отрицаниями утверждений, сделанных другими предложениями языка [Tennant, 1998. P. 107].

Другими словами, IF-логика не может выразить отрицания предложений в собственном языке. Если это и слишком сильное утверждение о дефектах IF-логики, то в любом случае оно основано на трудностях с концепцией отрицания. На самом деле проблема восходит к самому понятию ветвящегося квантора, и переход к «слэшу» делает эту проблему более ясной. Пусть мы имеем исходную структуру

$$\begin{array}{l} (\forall x)\ (\exists y), \\ \qquad\qquad F(x, y, z, w), \\ (\forall z)(\exists w). \end{array} \tag{1}$$

В теоретико-игровой интерпретации этой структуры, при любом выборе x можно выбрать некоторый y, и при любом выборе z можно выбрать некоторый w, так чтобы удовлетворить $F(x, y, z, w)$. Что происходит в случае отрицания такой возможности удовлетворить $F(x, y, z, w)$? Очевидно, что следует отрицать всю структуру, а именно:

$$\begin{array}{l} (\forall x)\ (\exists y), \\ \qquad\qquad \neg{:}\ F(x, y, z, w), \\ (\forall z)(\exists w). \end{array}$$

Но такое образование не является правильно построенным (по ряду критериев). Самое лучшее приближение состоит в том, чтобы отрицать выполнимость $F(x, y, z, w)$, т. е. интерпретировать предыдущую структуру в следующем виде:

$$\begin{array}{l} (\forall x)\ (\exists y), \\ \qquad\qquad \neg\ F(x, y, z, w), \\ (\forall z)(\exists w). \end{array} \tag{2}$$

Но является ли такая интерпретация, крайне важная для IF-логики, верной? Другими словами, действительно ли структура (2) является подлинным отрицанием структуры (1)? Н. Теннант утверждает, что это не так [Tennant, 1998. P. 108]. При сколемизации структуры (1) мы получаем выражение

$$(\exists f)\ (\exists g)\ (\forall x)\ (\forall z)\ F(x, f(x), z, g(x)].$$

Отрицание этой формулы имеет вид

$$\neg\ \{(\exists f)\ (\exists g)\ (\forall x)\ (\forall z)\ F(x, f(x), z, g(x)]\},$$

что равносильно

$$\{(\exists f)\ (\exists g)\ (\forall x)\ (\forall z) \neg\ F(x, f(x), z, g(x)]\}.$$

Но это утверждение не эквивалентно утверждению (2), если рассмотрение идет уже в языке IF-логики. Что, собственно, проявляет IF-логика в данном случае? Она проявляет различие (1) и (2) в том отношении, что одно из них не является отрицанием другого. В самом деле, теоретико-игровая интерпретация (2) подразумевает следующее: выбирается некоторый x такой, что какой-бы y не был выбран (при использовании предшествующей информации о выборе x), и выбирается некоторый z такой, что какой бы w не был выбран (при использовании предшествующей информации о выборе z), неверно, что $F(x, y, z, w)$. Но это гораздо более сильное утверждение, чем утверждение (1).

Что означает отсутствие такой эквивалентности, которое проявляется в языке IF-логики? По сути, это означает отсутствие у нее выразительной полноты. Это обстоятельство проявляется в том, что в IF-логике невыразимо понятие контрадикторного отрицания. Является ли это обстоятельство отягчающим, и если так, то в какой степени? В конечном счете среди главных преимуществ IF-логики числится дескриптивная полнота, позволяющая этой логике быть эффективным инструментом математического теоретизирования. Является ли это в какой-то степени компенсацией отсутствия выразительной полноты? Этот вопрос признается важным и самими авторами IF-логики. Отвечая на критику Теннанта, Санду и Питаринен говорят следующее:

> Есть лишь доля истины в этих [Теннанта] замечаниях, но не полная истина. Что Хинтикка пытается достигнуть в своей книге, так это разумных уступок в соотношении различных форм полноты и некоторых желательных теоретико-модельных свойств логической системы. Разумно стремиться к логике, которая удобна с теоретико-модельной точки зрения, и которая уравнивает преимущества как дескриптивной, так и выразительной полноты. В результате получается логика, обладающая свойством компактности, теоремой Левенгейма – Сколема, с определением собственного предиката истины, и достигающей дескриптивной полноты в гораздо большей степени, чем это имеет место в обычной логике первого порядка [Pietarinen, Sandu, 2000. P. 161–162].

Теннант настаивает, среди прочего, что своеобразие IF-логики состоит не в том, что в ней не соблюдается закон исключенного третьего (в конце концов, эта не такая уж новость в свете интуиционистской логики), а в гораздо большем дефекте – невыразимости контрадикторного отрицания. Однако такое обстоятельство оправдывается другими преимуществами IF-логики, о которых говорят Питаринен и Санду. Но сама постановка такого противостояния поднимает еще более глубокие вопросы о природе логических систем.

Как оказывается, проблема с введением в IF-логику выражений для отрицания является более общей, чем это казалось ранее. Коль скоро понятие отрицания управляется правилами естественного языка, его формализация в различных логических системах должна в той или иной степени учитывать эти правила. Однако вопрос, каковы эти правила до экспликации их формальными средствами, остается открытым. Самое первое приближение к ответу состоит в том, что решающую роль тут играет семантика, и поэтому понимание аномалий с выражением отрицания в IF-логике может быть достигнуто через понимание того, в какой степени теоретико-игровая семантика (GTS) является естественной для IF-логики. Этот вопрос был исследован ранее с точки зрения возможности перенесения GTS от первопорядковой логики, где она совпадает с семантикой Тарского, на IF-логику [Целищев, 2017]. Хотя в целом GTS является, можно сказать, естественной семантикой для IF-логики, анализ упомянутого процесса переноса обнаруживает трудности в понимании концептуальной структуры понятия отрицания.

Рассмотрим формулу $(\forall x)\ (\exists y)\ R(x, y)$. Семантическая игра над этой формулой (с игроками, как и прежде, Абеляром (Фальсификатор $\forall$) и Элоизой (Верификатор $\exists$) заключается в попытках Абеляра фальсифицировать формулу, а Элоизы – верифицировать ее. Другими словами, Абеляр выбирает в ходе игры индивид для x такой, что для любого выбора Элоизой индивида для y формула $R(x, y)$ будет ложной. Но это означает верификацию формулы

$$(\exists x)\ (\forall y)\ R(x, y). \tag{3}$$

Что касается Элоизы, то она стремится выбрать индивид для y такой, что для любого выбора Абеляром индивида для x формула $R(x, y)$ была истинной. Это означает верификацию формулы

$$(\forall x)\ (\exists y)\ R(x, y). \tag{4}$$

Каковы условия истинности $R(x, y)$? С точки зрения GTS речь идет о двух кванторных предложениях, (3) и (4), истинность которых определяется существованием выигрышной стратегии либо для Элоизы, либо для Абеляра. А вот с точки зрения семантики Тарского истинностное значение определяется соответствующим атомарным предложением, где переменные заменены индивидами, $R(a, b)$. Такое различие GTS и семантики Тарского важно, потому что в случае семантики Тарского речь идет об истинности и ложности атомарных последователей формул (3) и (4), в GTS речь идет об установлении истинности обеих кванторных формул.

Это обстоятельство Санду использует для значительной ревизии понятия фальсификации формулы, что имеет важное значение для понимания отрицания [Hintikka, 1973]. Ревизия состоит в обращении порядка в паре «кванторное предложение – семантическая игра». Хинтикка в своей классической работе об игровой концепции кванторов [Ibid.] предложил такой порядок: от кванторного предложения к определению семантической игры над ним. Но сама идея трактовки кванторов с теоретико-игровой точки зрения включает неясность: речь идет о самом понятии квантора (например, в качестве предиката высшего порядка, как у Г. Фреге), или же речь идет о некотором алгоритме при выборе ходов в семантической игре.

Ложность кванторного предложения в некоторой модели у Хинтикки определяется как существование выигрышной стратегии для фальсификатора в игре для этой модели. Но это означает, что существует такая кванторная формула, которая говорит об истинности стратегии Абеляра. Интуитивно мы должны полагать, что эта формула как-то соотносится с ложностью того предложения, которое противоположно условию истинности в стратегии Элоизы. Но в GTS нет никаких намеков на то, что это утверждение и формула эквивалентны.

Теперь приходит очередь рассмотреть более внимательно, что мы имеем в виду под «кванторным» выражением во втором смысле, как алгоритме в игре. Ясно, что само предложение $(\forall x)\ (\exists y)\ R(x, y)$ отлично от набора инструкций, как ходить для получения истинности этого предложения. Проблема состоит в том, что определение Хинтиккой ложности в GTS в виде существования выигрышной стратегии для Абеляра встречается с аномалией. Это аномалия может рассматриваться как более общая проблема с выражением концепции отрицания.

Действительно, ложность $(\forall x)\ (\exists y)\ R(x, y)$ подразумевает его эквивалентность $(\exists x)\ (\forall y)\ \neg\ R(x, y)$. Но такая эквивалентность свойственна логике первого порядка, а в самой идее GTS нет никакого намека, почему эти выражения эквивалентны. В этом смысле оказывается, GTS не дает по настоящему условий ложности кванторных предложений, и различие между кажущимися симметричными условиями для истинностных значений для Элоизы и Абеляра обнаруживается через различение двух смыслов кванторных предложений. Все это пока имеет отношение именно к случаю FOL с семантикой GTS.

При переходе к языку IF-логики возникает вопрос о семантике для него. Интуитивно есть полная уверенность в том, что такая семантика «внутренне присуща» IF-языку. Но теперь мы должны полагать, что в этом языке игра понимается не как игра над кванторными выражениями в обычном смысле, а как алгоритм для совершения ходов. Роль слэша «/» сводится к определенным ограничениям на стратегии поиска подходящих индивидов, что является выражением зависимости кванторов. Для понимания условий ложности предложений в IF-логике с GTS мы должны рассмотреть пару предложений, аналогичных (3) и (4), теперь уже со слэшем:

$$(\exists x)\ (\forall y) \neg R(x, y) \tag{5}$$

и

$$(\forall x)\ (\exists y)\ R(x, y). \tag{6}$$

Как и в предыдущем случае, мы имеем условия истинности для двух различных формул (5) и (6). Но ранее было показано, что в основе определения ложности для выражений FOL с семантикой GTS лежит неявное предположение об эквивалентности двух соответствующих формул из первой пары – (3) и (4). Иначе говоря, фактически речь идет об условии истинности одного предложения вместо двух. Однако в случае IF-логики с GTS два выражения (5) и (6) остаются различными выражениями, поскольку они не эквивалентны. Все это означает, что в самой GTS нет никаких мотивов считать, что $\neg$ (6) $\Leftrightarrow$ (5). В этом случае мы не можем считать, что условия для истины и для ложности в GTS относятся к одному и тому же предложению, над которым предположительно ведется игра. В действительности мы имеем дело с двумя неэквивалентными предложениями. При этом нарушается интуитивное представление о дуальности истины и лжи. В этой связи упреки Теннанта можно понимать как указание на то обстоятельство, что ни Абеляр, ни Элоиза могут не иметь выигрышной стратегии в некоторой игре, и значит, эта формула не истинна, ни ложна в определенной модели.

Применение теоретико-игровой семантики для логики первого порядка основано на определенного рода семантических предпосылках, напрямую связанных с асимметрией определения истины и лжи как выигрышных стратегий Верификатора (Абеляра) и Фальсификатора (Элоизы). Эта асимметрия становится явной при применении GTS к IFL. Законность применения GTS при переносе ее на IFL основана на адекватности GTS для FOL. Но это обстоятельство не является основанием верить в то, что можно надеяться на такую же адекватность в случае IFL. Тогда возникает вопрос, а является ли GTS естественной семантикой для IFL. В нашей статье [Целищев, 2017] мы давали утвердительный ответ на данный вопрос, отмечая при этом некоторые аномалии. Похоже, что аномалия определения отрицания или, более обще, лжи в IFL с GTS, не может быть преодолена без радикальных модификаций, цель которых состоит в установлении правил соотнесения теоретико-модальных и теоретико-игровых правил семантики. Нынешняя ситуация с семантикой имеет скорее метафорический характер. Действительно

> Мы не можем позволить игровой метафоре взять верх. Процедура Хинтикки заключается в том, чтобы использовать адекватную метафору для семантики FOL, и затем грубо применить метафору к IFL, как будто метафора более важна, чем семантика. Но оказывается, что метафора подходит к языку в случае FOL, но не в случае IFL. Это не значит, что теория игр не является полезной для понимания языка, но это явно не тот случай в применении GTS к IFL [1].

Как видно, интуитивное понимание отрицания в естественном языке может эксплицироваться в формальных языках различным образом, и результат неполного схватывания понятия в этих языках можно считать определенного рода аномалией, ввиду кажущейся простоты эксплицируемого понятия. Сопоставление теоретико-модельной и теоретико-игровой семантик в применении к двум видам языка – языку первого порядка и дружественно-независимой логике – позволяет обнаружить причины аномалии и наметить пути ее преодоления.

Список литературы

Целищев В. В. Является ли теоретико-игровая семантика «естественной» для дружественно-независимой логики? // Философия науки. 2017. № 3 (74). С. 31–45.

---

[1] *Bazzoni A.* Is Hintikka's Independent-Friendly Logic a Revolutionary NonClassical First-Order Language? URL: https://www.unilog.org/contest2013/bazzoni.pdf. P. 9 (дата обращения 23.02.2017).

Dechesne F. Games, Sets, Math: Formal Investigations into Logic with Imperfect Information. Tilburg: Tilburg Univ. Press, 2005.

Hintikka J. Language-Games for Quantifiers // Logic, Language Games and Information. Oxford: Clarendon Press, 1973. P. 53–82.

Hintikka J. Hyperclassical Logic (a.k.a. IF Logic) and its Implications for Logical Theory // The Bulletin of Symbolic Logic. 2002. Vol. 8. No. 3. P. 404–423.

Hintikka J., Sandu G. Game-Theoretical Semantics // Handbook of Logic and Language / Eds. J. van Benthem, A. ter Muelen. London: Elsevier Science B.V., 1997. P. 361–410.

Pietarinen A., Sandu G. Games in Philosophical Logic // Nordic Journal of Philosophical Logic. 2000. Vol. 4. No. 2. P. 143–173.

Tennant N. Games Some People Would Have All of Us Play // Philosophia Mathematica (3). 1998. Vol. 6. P. 90–115.

Материал поступил в редколлегию 13.06.2018

V. V. Tselishchev

Institute of Philosophy and Law SB RAS
8 Nikolaev Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

leitval@gmail.com

SEMANTICS FOR HYPERCLASSICAL LOGIC AND THE PROBLEM OF NEGATION IN THE FORMAL LANGUAGE

The application of game-theoretic semantics for first-order logic is based on a certain kind of semantic assumptions, directly related to the asymmetry of the definition of truth and lies as the winning strategies of the Verifier (Abelard) and the Counterfeiter (Eloise). This asymmetry becomes apparent when applying GTS to IFL. The legitimacy of applying GTS when it is transferred to IFL is based on the adequacy of GTS for FOL. But this circumstance is not a reason to believe that one can hope for the same adequacy in the case of IFL. Then the question arises if GTS is a natural semantics for IFL. Apparently, the intuitive understanding of negation in natural language can be explicated in formal languages in various ways, and the result of an incomplete grasp of the concept in these languages can be considered a certain kind of anomalies, in view of the apparent simplicity of the explicated concept. Comparison of the theoretical-model and game theoretic semantics in application to two kinds of language – the first-order language and friendly-independent logic – allows to discover the causes of the anomaly and outline ways to overcome it.

Keywords: game-theoretic semantics, negation, friendly-independent logic, semantics, completeness, hyperclassical logic.

References

Tselishchev V. V. Javljaetsya li teoretiko-igrovaja semantika «estestvennoi» dlya druzhestvenno-nezavisimoi logiki? [Is the game theoretic semantics «natural» for a friendly-independent logic?]. *Filosofiya nauki* [*Philosophy of Science*], 2017, no. 3 (74), p. 31–45. (In Russ.)

Dechesne F. *Games, Sets, Math: Formal Investigations into Logic with Imperfect Information*. Tilburg, Tilburg Univ. Press, 2005.

Hintikka J. Language-Games for Quantifiers. *Logic, Language Games and Information*. Oxford, Clarendon Press, 1973, p. 53–82.

Hintikka J. Hyperclassical Logic (a.k.a. IF Logic) and its Implications for Logical Theory. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 2002, vol. 8, no. 3, p. 404–423.

Hintikka J., Sandu G. Game-Theoretical Semantics. *Handbook of Logic and Language*. J. van Benthem, A. ter Muelen (eds.). London, Elsevier Science B.V., 1997, p. 361–410.

Pietarinen A., Sandu G. Games in Philosophical Logic. *Nordic Journal of Philosophical Logic*, 2000, vol. 4, no. 2, p. 143–173.

Tennant N. Games Some People Would Have All of Us Play. *Philosophia Mathematica* (3), 1998, vol. 6, p. 90–115.